

Grundlagen der Aussagenlogik

Eine **Aussage** bezeichnet ein sprachliches Gebilde, dem in sinnvoller Weise genau eine der beiden Eigenschaften **wahr** oder **falsch** zugeordnet werden kann. Man kürzt ab: wahr=1, falsch=0.

In der **Aussagenlogik** oder **Schaltalgebra** verwenden wir

- **Variablen**, die meist mit $x_0, x_1, x_2 \dots$ bezeichnet werden. Bei diesen Variablen handelt es sich um boolesche Werte, sie können also nur zwei Zuständen (0 - Falsch, 1 - Wahr) annehmen.
- **Logische Funktionen** ordnen einer oder mehreren booleschen Variablen einen Funktionswert zu, sie werden oft mit f bezeichnet. Der Funktionswert kann ebenfalls nur 1 (wahr) oder 0 (falsch) sein. Logische Funktionen lassen sich sehr gut als **Wahrheits-** oder **Wertetabellen** darstellen, da durch die beschränkte, diskrete Anzahl der Variablenkombinationen häufig eine Auflistung aller Funktionswerte möglich ist.
- "Gerechnet" wird mit den logischen Verknüpfungen
 - AND: $\wedge$
 - OR: $\vee$
 - NOT: $\neg$
- Beim Rechnen gelten - ähnlich wie die Punkt vor Strich Regeln: "**Klammer vor NOT vor AND vor OR**"

"Rechenregeln" der Schaltalgebra

Kommutativgesetz (Vertauschung erlaubt)

- $x_0 \wedge x_1 = x_1 \wedge x_0$
- $x_0 \vee x_1 = x_1 \vee x_0$

Distributivgesetz (Gießkannenregel)

- $x_0 \wedge (x_1 \vee x_2) = (x_0 \wedge x_1) \vee (x_0 \wedge x_2)$
- $x_0 \vee (x_1 \wedge x_2) = (x_0 \vee x_1) \wedge (x_0 \vee x_2)$

Neutralement

- $x_0 \vee 0 = x_0$
- $x_0 \wedge 1 = x_0$

Komplement

- $x_0 \wedge \neg x_0 = 0$

- $x_0 \vee \neg x_0 = 1$

Assoziativgesetze (Klammern dürfen bei gleichen Operatoren weggelassen/umgesetzt werden)

- $(x_0 \wedge x_1) \wedge x_2 = x_0 \wedge x_1 \wedge x_2 = x_0 \wedge (x_1 \wedge x_2)$
- $(x_0 \vee x_1) \vee x_2 = x_0 \vee x_1 \vee x_2 = x_0 \vee (x_1 \vee x_2)$

Idempotenzgesetze

- $x_0 \wedge x_0 = x_0$
- $x_0 \vee x_0 = x_0$

Absorptionsgesetze

- $x_0 \vee (x_0 \wedge x_1) = x_0$
- $x_0 \wedge (x_0 \vee x_1) = x_0$

De Morgan'sche Regel ("ausmultiplizieren des NICHT")

- $\neg(x_0 \vee x_1) = \neg x_0 \wedge \neg x_1$
- $\neg(x_0 \wedge x_1) = \neg x_0 \vee \neg x_1$

Beispiel

Gegeben ist die logische Funktion f durch

$$f = (\neg x_0 \wedge \neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_0 \wedge x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_0 \wedge x_1 \wedge x_2) \vee (x_0 \wedge \neg x_1 \wedge x_2)$$



(A1)

- Wieviele Zeilen hat die Wahrheitstabelle dieser Funktion?
- Schreibe die Wahrheitstabelle der Funktion auf.

Nun stellt sich die Frage, ob man den doch sehr langen Funktionsterm vielleicht unter Verwendung der Rechengesetze so umformen kann, dass man einen kürzeren Term als Ergebnis erhält, der dieselbe Wahrheitstabelle hat, also dieselbe logische Funktion beschreibt.

From:
<https://www.info-bw.de/> -

Permanent link:
https://www.info-bw.de/faecher:informatik:oberstufe:techinf:formale_logik:grundlagen:start?rev=1666034612

Last update: **17.10.2022 19:23**

